

А.И. Русаков

При оценке прочности железобетонных конструкций действие сдвиговых напряжений параллельно осям армирования учитывается не всегда. Во всяком случае, современные программные комплексы расчета монолитных каркасов обычно не учитывают сдвиговые усилия и связанные с ними предельные состояния. Суть проблемы поясняется на рис.1, б. Здесь показан квадратный железобетонный элемент с армирующими стержнями, изображенными серым цветом. При чистом сдвиге элемента, когда на гранях действуют только касательные напряжения τ_{bxy} , τ_{byx} ($\tau_{bxy} = \tau_{byx}$), армирующие стержни не препятствуют деформациям сдвига, поскольку эти деформации не связаны с растяжением-сжатием стержней, а только с их поворотом. Таким образом, предельное состояние элемента по несущей способности наступает независимо от его армирования.

В настоящей статье рассматриваются напряженные состояния железобетонных мембран, содержащих продольно-поперечную арматуру, и предлагаются критерии прочности для предельных состояний первой группы. Исследование проведено в рамках следующих допущений.

Полагаем, что армирование мембраны выполняется по напряжениям, возникающим при заданных нагрузках в бетонной конструкции. Установка арматуры не приводит к изменению внутренних усилий в конструкции. Данное предположение является общепринятым при построении алгоритмов армирования железобетонных конструкций [1]. Предполагаем также, что деформации в армированной плите в пределах выбранного элемента одинаковы у бетона и арматуры. При расчетах напряжений в бетоне полагаем, что арматура работает только на растяжение-

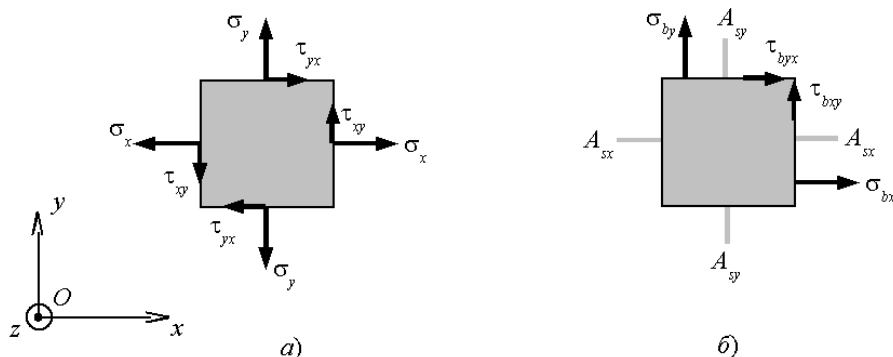


Рис.1

сжатие.

Напряжения на гранях неармированного элемента обозначим σ_x , σ_y , τ_{xy} (Рис.1, а). Напряжения в бетоне для того же элемента с арматурой обозначаем σ_{bx} , σ_{by} , τ_{bxy} . Площадь арматуры соответствующего направления для выбранного квадратного элемента обозначаем A_{sx} , A_{sy} (Рис.1, б). Расчетные сопротивления бетона при сжатии и растяжении, соответственно, обозначаем R_b , R_{bt} . Армирующие стержни на рис.1, б условно изображены проходящими через центр тяжести элемента, по одному в каждом направлении. Для дальнейшего рассмотрения шаг и число слоев армирования не имеют значения.

В силу сделанных допущений постановка арматуры уменьшает по модулю напряжения в бетоне. Уменьшение определяется некоторыми функциями Δ :

$$\sigma_{bx} = \sigma_x - \Delta(A_{sx}, \sigma_x); \quad (1)$$

$$\sigma_{by} = \sigma_y - \Delta(A_{sy}, \sigma_y). \quad (2)$$

Кроме того, поскольку в рамках сделанных предположений арматура не препятствует сдвигу, имеем:

$$\tau_{bxy} = \tau_{xy}. \quad (3)$$

В дальнейшем идеализированно предполагается, что подбором подходящей площади арматуры можно всегда добиться требуемого уменьшения по модулю напряжения в бетоне. Например, если задано некоторое значение $\sigma_x < 0$, то любое значение σ_{bx} в интервале $\sigma_x < \sigma_{bx} < 0$ можно получить, задавшись в формуле (1) подходящей площадью A_{sx} .

Для задания плоского напряженного состояния в точке мембраны удобно использовать круговые диаграммы [2] (круги Мора). Точки (σ_x, τ_{xy}) , $(\sigma_y, -\tau_{xy})$ определяют концы диаметра круга Мора для неармированного бетона (круг слева на рис.2). Концы диаметра нового круга, определяющего напряженное состояние бетона после армирования, согласно равенству (3) будут лежать на горизонталях, проходящих через концы диаметра начального круга. Чтобы обеспечивалась прочность бетона, этот новый круг должен лежать внутри «круга прочности», задаваемого значениями R_b , R_{bt} . На

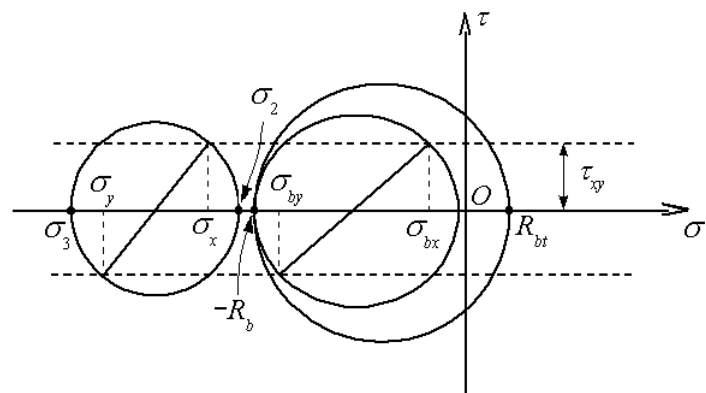


Рис.2

рис.2 круг Мора для состояния бетона после армирования соприкасается с кругом прочности. На оси абсцисс отмечены главные напряжения σ_2 , σ_3 для неармированного элемента.

Соотношения (1) – (3) задают переход от начального состояния бетона к состоянию после армирования мембраны. Условия прочности армированной мембраны, которые графически выражаются вложенностью соответствующего круга Мора в круг прочности, имеют вид:

$$-R_b \leq \frac{\sigma_{bx} + \sigma_{by}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{bx} - \sigma_{by}}{2}\right)^2 + \phi_{bxy}^2} \leq R_{bt} \quad (4)$$

Условие оптимальности армирования имеет вид

$$A_{sx} + A_{sy} \rightarrow \min. \quad (5)$$

Соотношения (1) – (5) определяют задачу оптимизации армирования мембраны.

Установим случаи, когда постановкой арматуры невозможно обеспечить прочность мембранного элемента конструкции. Направления координатных осей выберем так, чтобы $\sigma_x > \sigma_y$ и $\tau_{xy} \geq 0$.

1. Случай

$$\sigma_x, \sigma_y < \frac{R_{bt} - R_b}{2}. \quad (6)$$

На оси σ диаграммы напряжений оба напряжения в левой части неравенства (6) оказываются левее центра круга прочности. Подбором арматуры можно уменьшить по модулю каждое из этих напряжений так, чтобы точки (σ_{bx}, τ_{xy}) , $(\sigma_{by}, -\tau_{xy})$, определяющие концы диаметра нового круга Мора, были на одной вертикали с центром круга прочности (Рис.3). Отсюда очевидно, что если выполняется условие

$$\phi_{bxy} \leq \frac{R_b + R_{bt}}{2}, \quad (7)$$

то можно подобрать арматуру, чтобы круг Мора, будучи концентрическим с кругом прочности, оказался внутри последнего (Рис.3). В этом случае условия прочности бетона будут обеспечиваться. Напротив того, если условие (7) не выполняется,

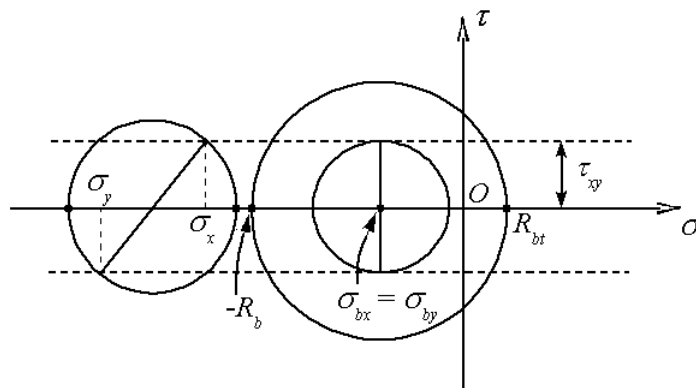


Рис.3

то радиус круга Мора заведомо больше радиуса круга прочности, и постановкой арматуры не удастся обеспечить прочность элемента.

2. Случай

$$\sigma_x, \sigma_y \geq 0. \quad (8)$$

Подбором арматуры можно добиться сколь угодно малых значений напряжений σ_{bx} , σ_{by} . В пределе можно добиться, чтобы точки (σ_{bx}, τ_{xy}) , $(\sigma_{by}, -\tau_{xy})$, определяющие концы диаметра нового круга Мора, оказались на оси ординат (Рис.4). Если выполняется условие

$$\tau_{xy} < R_{bt}, \quad (9)$$

то при надлежащем армировании, когда круг Мора будет достаточно близок к предельному положению, этот круг будет находиться внутри круга прочности бетона (Рис.4). Если условие (9) не выполняется, то во всех возможных положениях круг Мора будет иметь центр справа от нулевой точки и радиус, больший или равный R_{bt} , то есть будет выходить за границы круга прочности. Итак, при нарушении условия (9) армированием невозможно обеспечить прочность элемента.

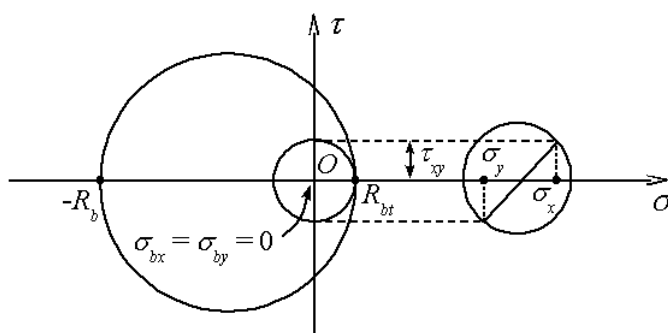


Рис.4

3. Случай

$$\sigma_y \leq R_{bt} - R_b; \quad \sigma_x \geq 0. \quad (10)$$

Критерием прочности армированной мембраны может служить неравенство

$$\tau_{xy} < \sqrt{R_b R_{bt}}. \quad (11)$$

При обосновании этого критерия воспользуемся тем, что круг прочности пересекает верхнюю полуось τ в точке с ординатой $\tau = \sqrt{R_b R_{bt}}$. Пусть $\tau_{xy} = \sqrt{R_b R_{bt}}$. Тогда подбором арматуры можно добиться, чтобы в пределе $\sigma_{by} = R_{bt} - R_b$; $\sigma_{bx} = 0$. При этом в предельном положении круг Мора совпадет с кругом прочности (Рис.5). Если выполняется неравенство

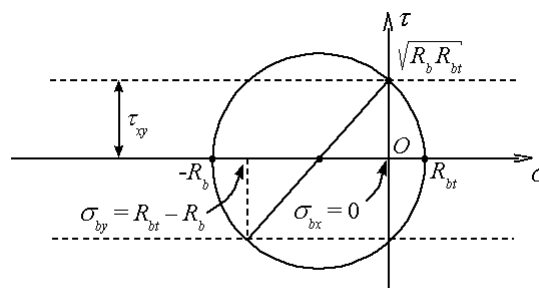


Рис.5

$$\tau_{xy} < \sqrt{R_b R_{bt}},$$

то подобным путем можно получить новый круг Мора, вложенный в круг прочности (в пределе концентрический с ним). Достаточно очевидно также, что при нарушении условия (11) круг Мора для бетона с арматурой будет всегда выходить за границы круга прочности. Этим завершается доказательство корректности критерия (11).

4. Случай

$$\frac{R_{bt} - R_b}{2} \leq \sigma_x \leq 0; \quad (12)$$

$$\sigma_y \leq R_{bt} - R_b - \sigma_x. \quad (13)$$

Критерием прочности армированной мембраны может служить неравенство

$$\tau_{xy} \leq \tau_0; \quad (14)$$

$$\tau_0 \equiv \sqrt{(R_b + \sigma_x)(R_{bt} - \sigma_x)}. \quad (15)$$

Обоснование этого критерия, в основном, такое же, что и в случае 3. В частности, при $\tau_{xy} = \tau_0$ удается добиться, чтобы круг Мора бетона в состоянии после армирования совпадал с кругом прочности (Рис.6).

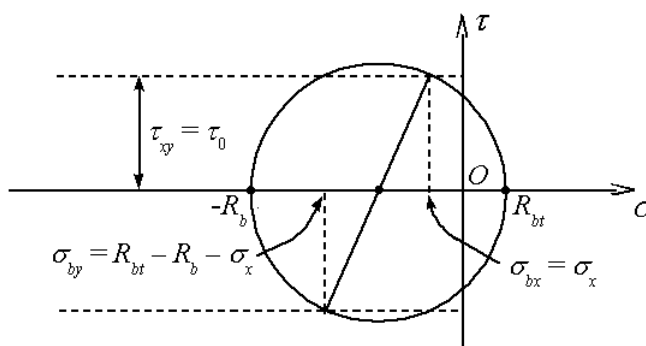


Рис.6

Следующие примеры показывают необходимость учета ограничений на касательные напряжения в случаях 1 – 4.

Пример 1. Рассмотрим бетонную цилиндрическую оболочку, шарнирно опертую на жесткое основание, под действием скручивающих нагрузок постоянной интенсивности, приложенных по верхнему краю (Рис.7). Данные нагрузки вызывают в оболочке на достаточном удалении от краев чистый сдвиг. Армирование оболочки будем выполнять в вертикальном и окружном направлениях,

соответственно направлениям местных координатных осей прямоугольных элементов. Результаты расчетов в системе ЛИРА

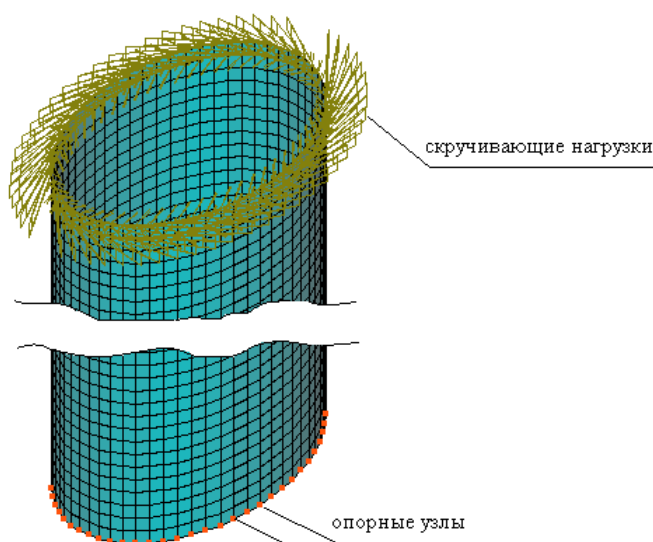


Рис.7

9.2 показывают, что получаемая интенсивность продольной арматуры практически не зависит от величины скручивающей нагрузки и является минимальной интенсивностью, заложенной в ЛИР-АРМ. Зададимся, например, следующими исходными данными: оболочка высотой 20 м, диаметром 10 м и толщиной 20 см при размере оболочечного элемента $0,5 \times 0,523$ м (этому размеру соответствует по 60 элементов в каждом кольце). По верхней полосе элементов действуют нагрузки, скручивающие оболочку и вызывающие напряжение сдвига $\tau_{xy} = 2000$ т/м². Бетон В25, арматура А-I. Результат армирования такой оболочки: при удалении от краев интенсивность продольной арматуры возле каждой грани составила 1 см²/м. В данном примере состояние бетона соответствует рассмотренному выше случаю 2. Поскольку $R_{bt} = 107$ т/м², имеем невыполнение условия (9), то есть предлагаемая компьютерным расчетом арматура не обеспечивает прочность оболочки. При проверке условия (9) внутри алгоритма была бы обнаружена невозможность армирования конструкции по требованиям прочности.

Пример 2. В системе ЛИРА 9.2 проводился расчет арматуры железобетонного каркаса 19-этажного здания высотой 57 м, показанного на рис.8, а. Модель построена на основе квадратных оболочечных элементов размером $0,5 \times 0,5$ м. Особенность объекта расчета состоит в том, что каркас не содержит диафрагм

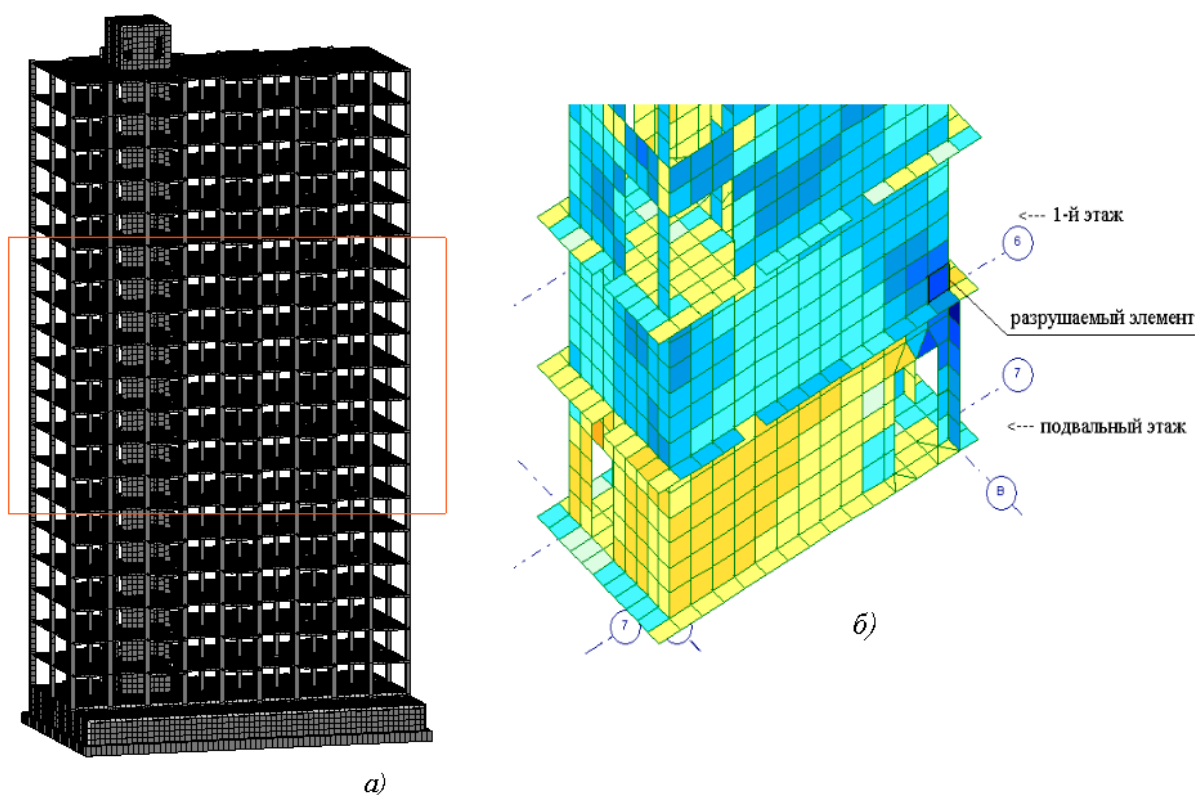


Рис.8

помимо ядра жесткости. Вследствие этого под действием ветровых нагрузок на частоте основного тона возникают крутильные колебания каркаса, которые вызывают значительные сдвиговые усилия в горизонтальных сечениях ядра. Цветовая схема касательных напряжений в срединной поверхности для нижней части ядра показана на рис.8, б. Отмечен элемент, в котором достигаются напряжения: $\sigma_x = -170 \text{ т/м}^2$; $\sigma_y = -2700 \text{ т/м}^2$; $\tau_{xy} = 500 \text{ т/м}^2$ (ось y местной системы координат вертикальная). Для выбранной марки бетона имеем $R_{bt} = 107 \text{ т/м}^2$; $R_b = 1480 \text{ т/м}^2$. Легко видеть, что в отмеченном элементе напряжения не удовлетворяют критерию (14), то есть в данном случае следует ожидать разрушения конструкции. В то же время программа армирования ЛИР-АРМ выполняется без предупреждающих сообщений.

Выводы. При расчетах мембранных элементов армирование следует проводить так, чтобы напряжения в бетоне удовлетворяли ограничениям (1) – (4). Для ряда частных случаев удастся получить простые критерии выполнимости этих ограничений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрелец-Стрелецкий Е.Б. и др. ЛИРА 9.2. Руководство пользователя. Основы. Учебное пособие / Под. ред. Городецкого А.С. – Киев: Факт, 2005.
2. Русаков А.И. Курс лекций по сопротивлению материалов. Учеб. пособие для вузов. – Ростов-на-Дону: Книга, 2004.